ARITMÁGICAS

JOÃO C.V. SAMPAIO. DM–UFSCAR
sampaio@dm.ufscar.br

Neste texto são apresentados alguns truques matemáticos. Os truques consistem, em sua maioria, de adivinhações e predições aritméticas, sendo quase todos fundamentados em propriedades aritméticas elementares. A maioria requer apenas lápis e papel, e alguns requerem material adicional de natureza rudimentar.

O objetivo desses truques, aos quais chamaremos de *mágicas*, é ensinar (ou descobrir) elementos de matemática através de brincadeiras. Cada mágica, que pode ser realizada pelo professor ou por um de seus alunos, pode ser explorada através da seguinte seqüência sugerida de atividades (chamaremos de "mágico" a pessoa que realiza o truque perante uma platéia).

1. Apresentação da mágica para a classe. Nesse estágio, o mágico, que pode ser o professor ou um aluno que tenha preparado a apresentação, escolhe um ou vários membros da audiência para submetê-los às mágicas.
2. Desvendamento do segredo da mágica. Nesse estágio, o mágico desafia a platéia a desvendar o funcionamento do truque apresentado.
3. Exploração da aritmética da mágica. Nesse estágio, o mágico (ou o professor) leva a platéia à descoberta do segredo do truque e pode fazer, em seguida, uma pequena exploração sobre os fundamentos matemáticos que foram empregados.
4. Alternativamente, o desvendamento do segredo pode ser proposto como um desafio, e a exploração da matemática do truque pode trabalhada em uma ocasião posterior.

Truques aritméticos simples

Raiz cúbica instantânea

Neste truque, o mágico exibe um quadro (que pode ser a lousa) com os cubos dos números inteiros de 1 a 10, e pede a uma pessoa que pense em um número de 11 a 99, mantenha-o em segredo, e calcule seu cubo. Uma calculadora pode (e deve) ser usada. A pessoa diz o resultado e imediatamente o mágico revela o número pensado.

Pensamentos em sintonia

O mágico pede a duas pessoas amigas da audiência que pensem, cada uma delas, um número. Chamaremos essas pessoas de A e B.

O mágico pede a B que pense em um número inteiro de 1 a 9. Aproxima-se de B e diz que vai adivinhar o número pensado por A usando forças telepáticas através de B e, nesse procedimento, vai também adivinhar se A e B tem boa sintonia de pensamentos. O mágico pede a B que lhe revele em segredo seu número pensado.

Voltando-se para A, pede que pense em um número de 1 a 100.

Pede então que A multiplique o número pensado por 5, acrescente 5 ao resultado e multiplique o resultado final por 2.

Então, o mágico pede que A subtraia do último resultado um "número estratégico". Pergunta a A qual foi o resultado. Digamos que A responda: 346. O mágico então volta-se para A e diz: – Ah, vocês tem boa sintonia de pensamentos, porque seu amigo B pensou no número 6, enquanto que você pensou no número 34 !

Alternativamente, o mágico pode trabalhar este truque com várias pessoas da audiência simultaneamente, "adivinhando" o número pensado por cada uma, através do número chave dado por B.

Um número esperto

O mágico solicita um voluntário para participar da brincadeira, dizendo que vai adivinhar um número pensado por ele, de 10 a 99 (que pode ser sua idade). Pede a essa pessoa que anote seu número pensado em uma folha de papel. Pede-lhe ainda para escrever, abaixo de seu número, o número 85 (este número pode ser mudado cada vez que a brincadeira é repetida, ele é o "número esperto").

O mágico pede então, ao voluntário, para somar os dois números e manter a soma em segredo. O número esperto deve ser tal que possibilite uma soma maior que 100. Suponhamos por exemplo, que o espectador voluntário tenha 35 anos. Ele fará os cálculos descritos ao lado.

35	(idade do voluntário)
85	(número esperto)
120	(soma obtida)

Em seguida, pede que o voluntário risque, na soma obtida, o algarismo das centenas, ficando com um número de dois algarismos apenas.

Pede-lhe, em seguida, que escreva o algarismo das centenas, que foi suprimido, abaixo do número de dois algarismos resultante, e faça a soma desses dois últimos números.

$$\begin{array}{r} 35 \\ \underline{85} \\ \cancel{1}20 \\ \underline{1} \\ 21 \end{array}$$

No nosso exemplo, o resultado final seria 21.

O mágico pede ao voluntário que diga o resultado final. Ouvida a resposta, o mágico revela ao voluntário o número pensado por ele.

Primeiros truques com calendários

Adivinhando três dias consecutivos escolhidos em segredo

O mágico dá ao espectador a página de um calendário. Pede-lhe que escolha mentalmente três dias consecutivos mas não os revele. Pede-lhe então que calcule a soma desses três dias. Pede-lhe para informar o valor da soma. No exemplo da figura, ele dirá 72. O mágico então revela quais dias foram escolhidos.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

O mágico pode ainda repetir a brincadeira, aumentando o número de dias consecutivos a serem escolhidos, para 4 dias, ou para 5 dias e, informado sobre o valor da soma, revelar os dias pensados pelo espectador.

Adivinhando três datas consecutivas escolhidas, do seu dia da semana favorito

Neste truque, o mágico pede a um espectador para escolher, em segredo, um dia da semana, de segunda a domingo. Suponhamos que ele escolheu **quinta-feira**.

Pede-lhe então para escolher, numa folhinha como a da figura, três **datas consecutivas desse dia da semana**, ou seja, três números consecutivos de uma mesma coluna.

Suponhamos que o espectador escolheu as três primeiras quintas-feiras consecutivas, como mostrado na figura abaixo.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

O mágico pede-lhe para somar os três dias escolhidos e dizer o total. No exemplo da figura, ele dirá 30. Imediatamente o mágico revela os dias escolhidos.

A brincadeira também pode ser implementada com quatro datas consecutivas, de um mesmo dia da semana, isto é, quatro segundas-feiras, quatro terças-feiras, etc.

Um truque intrigante, feito com calendários

Adivinhando a soma de cinco datas escolhidas

Das mágicas com calendários, esta mágica é mais difícil de ser desvendada.

O mágico toma a folha de um calendário de um mês de cinco semanas, como por exemplo o da figura abaixo:

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

Folhinhas como a da figura seguinte, com dois domingos sobrepostos em um mesmo quadrinho, não servem para este truque.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23 **30**	24	25	26	27	28	29

O mágico pede a um espectador para escolher um dia de cada semana. O espectador poderá marcar no calendário ou anotar em um papel cinco datas, uma de cada semana do mês. O mágico pede-lhe então para dizer apenas quantos domingos escolheu, quantas segundas, quantas terças, e assim por diante. O mágico deverá ter um bloco de papel à mão para anotar.

Assim que o espectador termina de fornecer esses dados o mágico revela a soma dos dias escolhidos. Este truque causa grande surpresa.

Por exemplo, suponhamos que o espectador escolheu no calendário os dias conforme mostrado na figura abaixo.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	$\boxed{4}$	5
6	$\boxed{7}$	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	$\boxed{18}$	19
20	21	22	$\boxed{23}$	24	25	26
$\boxed{\mathbf{27}}$	28	29	30			

Ao ser interrogado, ele dirá que escolheu um domingo, uma segunda-feira, uma quarta-feira e duas sextas-feiras. De posse desta informação o mágico revelará que a soma dos dias escolhidos é 79.

Um truque com calendários preparados

Os calendários mágicos do apagão

Neste truque, o mágico exibe seqüencialmente cinco calendários, que supostamente, diz ele, foram elaborados à época do racionamento de energia elétrica do país, vulgo "apagão".

Cada calendário apresenta algumas datas destacadas, com números demarcados com um círculo em volta (ou impressos em cor vermelha ou azul se os calendários forem confeccionados em computador). Essas datas destacadas, diz o mágico, foram propostas como datas em que as empresas de produção industrial teriam que desligar suas máquinas, como forma de racionamento de energia elétrica. Com esses calendários, diz o mágico, ele pode adivinhar a data de aniversário de qualquer um dos espectadores.

Tendo escolhido um espectador para participar da brincadeira, ao exibir cada calendário pergunta-lhe se o dia de seu aniversário aparece em destacado ou não.

Os calendários exibidos, com seus dias demarcados, devem obedecer aos seguintes padrões. Os números destacados são indicados em negrito, e sublinhados.

calendário 1

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		<u>1</u>	2	**<u>3</u>**	4	**<u>5</u>**
6	**<u>7</u>**	8	**<u>9</u>**	10	**<u>11</u>**	12
<u>13</u>	14	**<u>15</u>**	16	**<u>17</u>**	18	**<u>19</u>**
20	**<u>21</u>**	22	**<u>23</u>**	24	**<u>25</u>**	26
<u>27</u>	28	**<u>29</u>**	30	**<u>31</u>**		

calendário 2

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	**<u>2</u>**	**<u>3</u>**	4	5
<u>6</u>	**<u>7</u>**	8	9	**<u>10</u>**	**<u>11</u>**	12
13	**<u>14</u>**	**<u>15</u>**	16	17	**<u>18</u>**	**<u>19</u>**
20	21	**<u>22</u>**	**<u>23</u>**	24	25	**<u>26</u>**
<u>27</u>	28	29	**<u>30</u>**	**<u>31</u>**		

calendário 3

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	**<u>4</u>**	**<u>5</u>**
<u>6</u>	**<u>7</u>**	8	9	10	11	**<u>12</u>**
<u>13</u>	**<u>14</u>**	**<u>15</u>**	16	17	18	19
<u>20</u>	**<u>21</u>**	**<u>22</u>**	**<u>23</u>**	24	25	26
27	**<u>28</u>**	**<u>29</u>**	**<u>30</u>**	**<u>31</u>**		

calendário 4

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	4	5
6	7	**<u>8</u>**	**<u>9</u>**	**<u>10</u>**	**<u>11</u>**	**<u>12</u>**
<u>13</u>	**<u>14</u>**	**<u>15</u>**	16	17	18	19
20	21	22	23	**<u>24</u>**	**<u>25</u>**	**<u>26</u>**
<u>27</u>	**<u>28</u>**	**<u>29</u>**	**<u>30</u>**	**<u>31</u>**		

calendário 5

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	**16**	**17**	**18**	**19**
20	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**
27	**28**	**29**	**30**	**31**		

Após exibir os cinco calendários e ter ouvido as cinco respostas do espectador, o mágico pergunta ao espectador qual é seu signo do zodíaco. Após ouvir a resposta, o mágico lê o horóscopo do espectador (em uma revista ou jornal) e depois anuncia o dia e mês do seu aniversário, acrescentando que seu horóscopo lhe prevê um feliz aniversário nessa data.

Novos truques aritméticos, já não tão inocentes

Fibonacci

O mágico fica de costas para a lousa e pede a um membro da audiência que escreva, na lousa, dois números inteiros quaisquer, de 1 a 10, um abaixo do outro. De costas para a lousa desde o início, o mágico pede que a soma desses dois números seja escrita logo abaixo dos dois primeiros. Pede então que o 3^{o} e 4^{o} números dessa coluna sejam somados produzindo o 5^{o} número, e que sejam sucessivamente somados o 4^{o} e o 5^{o}, produzindo o 6^{o}, e assim por diante até que se complete uma coluna de 10 números. Suponhamos, como exemplo, que a disposição final dos números seja

1^{o}	7	os dois primeiros números propostos
2^{o}	4	
3^{o}	11	(= 7 + 4)
4^{o}	15	(= 4 + 11)
5^{o}	26	(= 11 + 15)
6^{o}	41	etc.
7^{o}	67	
8^{o}	108	
9^{o}	175	
10^{o}	283	

Então, o mágico vira-se para a lousa e, quase imediatamente, revela o valor da soma dos dez números: 737.

O mágico também poderá calcular instantaneamente a soma de todos os n primeiros números, para cada valor de n, por exemplo a soma dos 5 primeiros números, a soma dos 7 primeiros números, etc.

Para tornar a brincadeira mais ágil, o mágico pode pedir a um membro da audiência (que tenha uma calculadora) que vá calculando a soma dos números listados, enquanto eles são escritos na lousa, para conferência ao final do truque.

Resgatando o dígito perdido

O mágico pede a uma pessoa para escrever, em segredo, um número inteiro, de quatro ou cinco algarismos (o número de algarismos é irrelevante para esta brincadeira), que não precisam ser diferentes entre si, e que não faça uso do algarismo 0.

Em seguida o mágico pede à pessoa para calcular a soma dos algarismos de seu número.

Suponhamos que pessoa escreveu o número 24543. A soma dos algarismos deste número é 18.

O mágico pede então à pessoa para suprimir um dos algarismos de seu número, riscando-o e, com os algarismos que restaram, formar um novo número alterando a ordem dos algarismos como quiser.

No exemplo que estamos tomando, a pessoa pode suprimir, do seu número original, o algarismo 5 e, em seguida, com os algarismos restantes, formar o número 3442.

O mágico pede então à pessoa para subtrair, desse novo número (encurtado e com seus algarismos aleatoriamente embaralhados), a soma dos algarismos do número original.

No nosso exemplo a pessoa calculará: $3442 - 18 = 3424$.

O mágico pede à pessoa que lhe informe o resultado dessa subtração e, ouvido o resultado, revela imediatamente qual foi o algarismo suprimido do número original.

Raiz quadrada instantânea

Neste truque, o mágico pede a uma pessoa que pense em um número de 1 a 99, mantenha-o em segredo, e calcule seu quadrado. Uma calculadora pode ser usada. A pessoa diz o resultado e imediatamente o mágico revela o número pensado.

Adivinhação egípcia

O mágico pede a uma pessoa que pense em um número de 10 a 100. O mágico executa então os seguintes passos:

1. Pergunta à pessoa se o número pensado é par ou ímpar. Ouvida a resposta, se for par, pede à pessoa que divida o número por 2. Se for ímpar, pede à pessoa que subtraia 1 e que então divida o resultado por 2.
2. Pergunta então se o novo resultado, assim obtido, é par ou ímpar.
3. O procedimento continua com cada novo resultado. Isto é, o mágico pergunta se o número resultante é par ou ímpar e, ouvida a resposta, pede à pessoa para repetir o procedimento descrito no item 1. O mágico pede à pessoa para avisá-lo quando o resultado tornar-se igual a 1, quando então os cálculos da pessoa terminam.

O mágico vai fazendo anotações enquanto a pessoa lhe passa as informações solicitadas e, quando é informado de que o resultado é igual a 1, ele revela imediatamente à pessoa o número pensado por ela.

Mais um truque com calendários

Seu quadrado 4×4 favorito

Neste truque, o mágico apresenta uma página de um calendário de um mês qualquer, e pede a um voluntário que escolha, neste calendário, um bloco quadrado de datas, de quatro linhas por quatro colunas.

O mágico pede então a essa pessoa que selecione quatro datas deste bloco, sendo que as quatro datas devem ser de colunas diferentes e também de linhas diferentes. Ou seja, dentro desse bloco 4×4, não devem ser escolhidas duas datas de uma mesma linha e nem de uma mesma coluna.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

Por exemplo, do calendário acima, a pessoa pode selecionar o bloco mostrado à esquerda, e então as quatro datas indicadas à direita.

O mágico pede ao voluntário que calcule a soma das quatro datas, em segredo, e que em seguida informe a primeira data, que aparece na primeira linha e primeira coluna do bloco. O mágico então revela a soma das quatro datas escolhidas.

Truques com cartões

Uma predição aritmética insistente

Neste truque, três pessoas da audiência formam, de maneira aleatória, três números de três algarismos cada, cuja soma o mágico prediz escrevendo-a previamente em um papel.

O mágico dispõe de nove cartões. Cada cartão tem um número (um algarismo de 1 a 9) em uma face e, na outra face, uma das três seguintes formas: um quadrado, um triângulo, um círculo. Além disso, a face oposta à face numerada, tem uma das três seguintes cores: vermelho, azul, amarelo (alternativamente, os cartões podem ser confeccionados com outras cores).

Três pessoas são escolhidas e cada uma escolhe três cartões, um de cada cor. Cada uma delas então informa ao mágico os números que se encontram na outra face de seus cartões, em uma certa ordem, por exemplo: cartão vermelho, cartão amarelo, cartão azul. Os três números informados, por cada pessoa, são considerados como a centena, a dezena e a unidade, de um número de três dígitos. Os números de três dígitos, assim construídos, são compilados em um quadro (lousa) de modo a serem somados. O mágico exibe então um cartão onde previamente escreveu a soma: 1665.

Incidentalmente, 1665 é o ano em Isaac Newton descobriu sua fórmula do binômio, e esta data pode ser considerada como o alvo da mágica.

Os cartões são recolhidos e novamente embaralhados. Agora as pessoas escolhem novamente os cartões, seguindo a seqüência de figuras no verso: um triângulo, um quadrado, um círculo. Novos números são formados, com os cartões sendo chamados, de cada pessoa, na ordem triângulo-quadrado-círculo (ou outra ordem qualquer), e então os três números são somados. Surpreendentemente, a soma dos números formados também será 1665.

Predição aritmética inacreditável

Três pessoas da audiência são escolhidas. Cada é chamada a dizer um número de três algarismos. Os números são compilados, em formato grande, pelo mágico, de maneira organizada, em uma folha grande de papel (que pode ser uma folha tamanho A4), que é mostrada à platéia. Na situação do exemplo abaixo, foram ditados os números 258, 674 e 732.

2	5	8
6	7	4
7	3	2

Tal como indica a figura, o papel é previamente dobrado, com as dobras demarcando nove retângulos de mesmo tamanho sendo cada algarismo escrito dentro de um dos retângulos.

O mágico toma uma outra folha de papel e diz que vai fazer uma predição. Escreve em segredo um número na folha e guarda-a.

Usando os vincos das dobras, o mágico então corta, em 9 pedaços retangulares, a folha em que foram lançados os três números, cada pedaço contendo um algarismo.

2	5	8
6	7	4
7	3	2

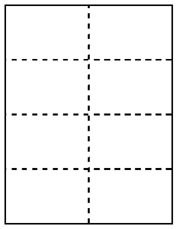
O mágico pede a alguém que embaralhe os pedaços, e os distribui a três outras pessoas da audiência. Em ordem de chamada, cada uma delas dita um algarismo, de modo a formar três novos números de três algarismos cada.

Os três novos números são escritos em uma lousa e somados. O mágico exibe um papel mostrando que já havia previsto a soma.

Diferenças sutis entre eles e elas

Esta mágica não tem relação alguma com propriedades aritméticas. No entanto, utiliza princípios usados na mágica anterior, e por isso vamos incluí-la em nosso repertório.

O mágico dobra uma folha de papel A4 em oito partes, tal como indicado na ilustração, fazendo vincos de modo a poder recortá-la sem o uso de tesoura.



Em seguida o mágico recorta cuidadosamente os oito pedaços, e distribui quatro deles a pessoas do sexo masculino e os outros quatro a pessoas do sexo feminino. Pede então, a essas oito pessoas, que escrevem, com boa caligrafia, o nome de sua comida favorita (ou de um filme favorito, ou o seu número da sorte). Solicita então que um voluntário recolha as fichas preenchidas e as embaralhe. O mágico então procede a revelar o sexo de cada uma das oito pessoas através da leitura de cada uma das fichas.

Calendário mental

O dia da semana em que você nasceu

Neste truque, o mágico solicita a um voluntário que diga o dia, mês e ano de seu nascimento, e então, após alguns segundos de cálculo mental, lhe revela o dia da semana em que nasceu. O truque é repetido com outros voluntários da platéia.

Fundamentos simples, efeitos impressionantes

Amarelo, azul, ou rosa

Esta mágica requer a participação de três membros da platéia, os quais chamaremos de A, B e C. O mágico deixa um conjunto de fichas (ou cartões, ou palitos) sobre a mesa. Em seguida, chama três voluntários, A, B e C, para a frente da platéia e distribui algumas fichas extras a eles, deixando uma ficha com A, duas fichas com B, e quatro fichas com C. Pede então emprestado à platéia três objetos comuns, que deixa sobre a mesa. Vamos supor aqui que os objetos emprestados são um relógio de pulso feminino, uma caneta e um chaveiro.

Vira-se de costas para os voluntários A, B, e C, pede que cada um escolha um dos objetos sobre a mesa, e guarde-o em seu bolso. Em seguida repassa aos voluntários, em voz alta, as seguintes instruções, que deverão ser executadas longe dos olhos do mágico, isto é, secretamente.

1. A pessoa que pegou o chaveiro deve ir à mesa e pegar um número de fichas igual ao que tem à mão.
2. Quem pegou a caneta, deve ir à mesa e pegar o dobro do número de fichas que tem à mão.
3. E quem pegou o relógio deve ir à mesa e pegar o triplo de fichas que tem à mão.

O mágico aguarda que os voluntários peguem as fichas, conforme as instruções dadas, e que as guardem no bolso.

Volta-se então para a frente da platéia e, um a um, revela qual foi o objeto escolhido por cada um dos voluntários.

Passando você pelo buraco do papel

Neste truque, o mágico chama um voluntário, toma uma folha de papel (tamanho A4 ou menor), e diz que fará um buraco no papel, através do qual a pessoa passará. Procede então a recortar o papel e conclui a brincadeira com sucesso.

Um truque de dedução

O objeto do seu pensamento

Neste truque, o mágico toma emprestado três objetos comuns (por exemplo, um relógio, uma caneta, e uma calculadora), e os coloca sobre a mesa em posições numeradas 1, 2 e 3 (as posições podem ser demarcadas com cartões numerados). Chama então um voluntário e diz a ele que sua tarefa será trocar os objetos de lugar, através de permutações, trocando dois objetos de lugar de cada vez.

O mágico fica de costas para a mesa e o voluntário começa a trocar os objetos de lugar, sempre mencionando as posições que estão sendo permutadas em cada passo. Por exemplo, se inicialmente o voluntário troca de lugar os objetos nas posições 1 e 3, ele diz "um e três". Suponhamos que, no segundo movimento, ele troca de lugar os objetos nas posições 2 e 3. Ele então diz "dois e três". O voluntário deverá fazer 8, 9 ou 10 permutações desse tipo (o número de movimentos é irrelevante), sempre mencionando as posições de objetos permutados em cada passo.

Concluída essa etapa, o mágico pede que o voluntário escolha, secretamente, um dos objetos sobre a mesa, e que o memorize. Pede então que o voluntário troque de lugar, sem mencionar suas posições, os outros dois objetos. Isto é, escolhido um dos objetos, o voluntário fará então a troca de lugar, dos outros dois objetos, em silêncio.

O mágico pede então que o voluntário faça mais algumas permutações, como anteriormente, isto é, "cantando" as posições dos pares de objetos que estão sendo permutados.

Terminada esta segunda etapa de permutações, o mágico volta-se para os objetos sobre a mesa e indica, ao voluntário, o objeto escolhido por ele.

DESMASCARANDO O FEITICEIRO (SEGREDOS FINALMENTE REVELADOS)

Raiz cúbica instantânea

Para realizar o truque, é preciso ter à mão os cubos dos dez primeiros inteiros positivos, que o mágico pode escrever em um quadro, a título de "revisão". sobre o conceito de cubo. O efeito será mais impressionante se o mágico conseguir memorizar esta tabela de valores.

$1^3 = 1$	$6^3 = 216$
$2^3 = 8$	$7^3 = 343$
$3^3 = 27$	$8^3 = 512$
$4^3 = 64$	$9^3 = 729$
$5^3 = 125$	$10^3 = 1000$

Examinando esta tabela verificamos que cada um dos dez cubos termina com um algarismo diferente.

Agora, por exemplo, como $7^3 = 343$, se um número de dois algarismos termina com o algarismo 7, seu cubo também termina com 3: $17^3 = 4913$, $27^3 = 19683$, etc.

Digamos que a pessoa pensou no número 43. Ela calcula 43^3 e obtém 79507 e diz este número ao mágico. O mágico sabe então que o algarismo das unidades do número pensado é 3. O mágico então ignora os três últimos algarismos de 79507, ficando com 79. Olhando na tabela, procura o número mais próximo menor que (ou igual a) 79. Neste caso, encontra 64, que é o cubo de 4. Este 4 será o algarismo das dezenas do número pensado. O mágico imediatamente recompõe o número pensado: 43.

Justificativa: como $3^3 = 27$, e $5^3 = 125$, teremos $30^3 = 27000$, e $50^3 = 125000$. Como $30^3 < 79507 < 50^3$, o único número do qual 79507 pode ser cubo é 43, pois este é o único número, entre 30 e 50, com algarismos das unidades igual a 3.

Pensamentos em sintonia

O "número estratégico" a ser subtraído ao final é $10 - b$, sendo b o número pensado (informado ao mágico) pela pessoa B.

Por exemplo, digamos que A pensou em 67 e B pensou em 4. O número estratégico, a ser utilizado pelo mágico, é $10 - 4 = 6$.
Então A procede aos seguintes cálculos:

$$67 \times 5 = 335$$
$$335 + 5 = 340$$
$$340 \times 2 = 680$$
$$680 - 6 = 674$$

O mágico anuncia que 67 é o número pensado por A e 4 é o número de B. Os cálculos solicitados pelo mágico tem como resultado 10(a + 1) = 10a + 10, sendo a o número pensado por A. Subtraindo-se 10 – b, a pessoa A obtém

$$10a + 10 - (10 - b) = 10a + b$$

No exemplo, 10a + b = 10 × 27 + 4 = 274.

Um número esperto

A supressão do dígito 1 subtrai 100 do número 120, deixando 20 como diferença. A adição do dígito 1 à essa diferença, produz o efeito de subtrair 99 do número 120. De fato,

$$\begin{array}{r} \cancel{1}20 \\ 1 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$20 + 1 = 120 - 100 + 1 = 120 - 99$$

Como 120 é a soma do número pensado (pela pessoa que participa da brincadeira) com o número "esperto", basta acrescentar, ao resultado final, um número que complete 99 quando somado ao número esperto. No exemplo, o número pensado pela pessoa é 35. O número esperto, usado pelo mágico, foi 85.

À pessoa calculará 35 + 85, obtendo 120. Após o cálculo intermediário (supressão do dígito das centenas, transferência desse dígito para baixo do número resultante e subseqüente adição), ocorre um decréscimo de 99 em relação ao número 120.

Para resgatar a idade da pessoa o mágico soma (mentalmente) 14 ao número 21 e obtem 35, o número pensado pela pessoa. O número 14 é estrategicamente tomado pois 14 + 85 = 99. Assim, nesta última adição mental o mágico completa o acréscimo do 99 que foi subtraído.

Se por exemplo, o número esperto utilizado for 90, o mágico somará (mentalmente) 9 ao resultado final.

Adivinhando três dias consecutivos secretamente escolhidos

Uma seqüência de três dias consecutivos tem a forma

$$d - 1,\ d,\ d + 1$$

A soma desses três termos é obviamente 3d. Sendo assim, ao dizer a soma o espectador estará revelando o triplo do 2º termo. Basta então dividir por 3 a soma revelada para "adivinhar" a seqüência de 3 dias.

Adivinhando três datas consecutivas do seu dia da semana favorito

Novamente, o truque está fundamentado no fato de que os três números escolhidos formam uma progressão aritmética de razão 7, isto é, tem a forma

$$d - 7,\ d,\ d + 7$$

Assim sendo, a soma desses três termos é 3d. Basta então dividir a soma revelada por 3 para obter o segundo dia escolhido. Subtraindo-se 7, tem-se o primeiro dia, somando-se 7 tem-se o terceiro.

Estes truques com calendários podem ser adaptados a um número maior de dias consecutivos.

Por exemplo, para o truque com cinco dias consecutivos, considera-se que eles terão a forma

$$d - 2,\ d - 1,\ d,\ d + 1,\ e\ d + 2,$$

sendo d o dia central (3ª data). A soma desses cinco dias, a ser revelada ao mágico, é 5d. Assim, dividindo-a por 5 revela-se d, obtendo-se em seguida os demais dias, dois anteriores, e dois posteriores.

Já quatro dias consecutivos escolhidos terão a forma d – 1, d, d + 1, e d + 2. Neste caso, a soma dos quatro será 4d + 2. O mágico deve então subtrair 2 e então dividir por 4 para "adivinhar" o 2º dia da seqüência.

Adivinhando a soma de várias datas escolhidas, uma de cada semana

O mágico olha na folhinha para ver a data central (a 3ª quarta-feira) que aparece nela. No nosso exemplo, essa data é 16.

O mágico calcula 5 × 16 = 80.

De posse desse dado, o mágico presta atenção nas informações que lhe são repassadas pelo espectador que escolhe as 5 datas.

Para cada domingo, o mágico subtrai 3.
Para cada segunda-feira, subtrai 2.
Para cada terça-feira, subtrai 1.
As quartas-feiras são ignoradas.
Para cada quinta-feira, soma (acrescenta) 1.
Para cada sexta-feira, acrescenta 2.
E para cada sábado acrescenta 3.

Em outras palavras, no caso do calendário acima, ao número 5 × 16 = 80, o mágico fará a seqüência de cálculos

$$80 - 3 - 2 + 2 + 2 = 79$$

Revisando: 80 – 3 (domingo) – 2 (segunda) + 2 + 2 (duas sextas).

Mas porquê a fórmula funciona?

Primeiramente imaginemos que os espaços vazios da folhinha também estejam preenchidos, com as “datas” em progressão aritmética. Assim a folhinha acima ficará na forma da figura abaixo.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
–1	**0**	1	2	3	$\boxed{4}$	5
6	$\boxed{7}$	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	$\boxed{18}$	19
20	21	22	$\boxed{23}$	24	25	26
$\boxed{\mathbf{27}}$	28	29	30	**31**	**32**	**33**

Então a soma dos dias que foram escolhidos será, neste exemplo,

$$4 + 7 + 18 + 23 + 27 = (\underline{2} + 2) + (\underline{9} - 2) + (\underline{16} + 2) + (\underline{23} + 0) + (\underline{30} - 3)$$

Os dias aqui sublinhados são as cinco quartas-feiras do calendário. Eles ficam posicionados nas cinco colunas centrais.

O segundo número 2 da soma $\underline{2} + 2$ refere-se à um deslocamento para a direita de 2 casas a partir da coluna central.

O número -2 da subtração $\underline{9} - 2$ refere-se à um deslocamento para a esquerda de duas casas a partir da coluna central.

O número 2 da soma $\underline{16} + 2$ refere-se à um deslocamento para a direita de 2 casas, e assim por diante.

Assim sendo a soma acima será

$$(\underline{2} + \underline{9} + \underline{16} + \underline{23} + \underline{30}) - 3 - 2 + 2 + 2 = 79$$

A soma $\underline{2} + \underline{9} + \underline{16} + \underline{23} + \underline{30}$ é a soma de 5 termos de uma progressão aritmética de razão 7, portanto, igual a $5 \times$ (termo central) $= 5 \times 16 = 80$.

O mesmo argumento se aplicaria à folhinha abaixo à esquerda, que tem apenas quatro quartas-feiras (e data central 13), daí a inserção de números negativos na explicação aritmética do truque.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
−4	−3	−2	−1	0	1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

Os calendários mágicos do apagão

Suponhamos que a pessoa (espectador) faz aniversário no dia 14 de abril. O mágico observa o primeiro número em vermelho (grifado) em cada calendário em que aparece o número catorze em vermelho (grifado), indicado pelo espectador. No caso de nosso exemplo, os calendários indicados, nos quais 14 aparece grifado, serão os calendários 2, 3 e 4. Os primeiros números grifados nesses calendários são 2, 4 e 8 (confira). O mágico faz mentalmente a soma 2 + 4 + 8 obtendo 14 !

A pessoa dirá que é do signo de Áries. O mágico observa que o signo de Áries é das pessoas nascidas de 21 de março a 20 de abril. Como a pessoa faz aniversário no dia 14, ela só pode ter nascido em abril.

Ao ler o horóscopo, o mágico já terá à mão uma tabela de signos do zodíaco, como a seguinte.

Áries	21/03	a	20/04
Touro	21/04	a	20/05
Gêmeos	21/05	a	20/06
Câncer	21/06	a	21/07
Leão	22/07	a	22/08
Virgem	23/08	a	22/09
Libra	23/09	a	22/10
Escorpião	23/10	a	21/11
Sagitário	22/11	a	21/12
Capricórnio	22/12	a	20/01
Aquário	21/01	a	19/02
Peixes	20/02	a	20/03

Se a pessoa fizer aniversário dia 21, e for de Câncer, ou dia 20, e for de Peixes, o mágico poderá adicionalmente perguntar se a pessoa é do primeiro ou do último decanato de seu signo.

Os primeiros dias grifados, nos cinco calendários, são as cinco primeiras potências de 2, $2^0 = 1$, $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$ e $2^4 = 16$. Cada inteiro positivo pode ser expressado, de uma única maneiro, como uma potência de 2 ou como soma de potências de 2 distintas entre si. O primeiro calendário mostra grifados apenas os números expressados por somas de potências de 2 em que o número 1 participa. O segundo calendário mostra grifados os números expressados por tais somas em que o número 2 participa. Os calendários 3, 4 e 5 mostram, grifados, os números expressados por somas tendo a participação das potências 4, 8 e 16, respectivamente.

Assim, por exemplo, o único número a aparecer nos calendários 1, 4 e 5 será (confira) 1 + 8 + 16 = 25.

Fibonacci

A soma dos dez primeiros termos, de uma seqüência assim construída (seqüência de Fibonacci generalizada), é 11 vezes o 7º termo! Para facilitar sua localização, o 7º termo é o quarto termo de baixo para cima. Para realizar a multiplicação por 11, podemos proceder usando os atalhos exemplificados abaixo:

- 23 × 11 = 253 (os dígitos são 2, 2 + 3, e 3)
- 76 × 11 = 836
  Aqui, os dígitos não podem ser, 7, 7 + 6, e 6, pois 7 + 6 = 13. Somamos então o dígito 1 deste "13" ao primeiro dígito, 7, obtendo 8, e deixamos o dígito 3 (do "13") entre 8 (algarismo das dezenas) e 6 (algarismo das unidades).
- 234 × 11 = 2574 (justapomos 2, 23 + 34 e 4)

Já a soma dos n primeiros termos da seqüência é a diferença

$$(n+2)\text{-ésimo termo} - (2^{\text{o}} \text{ termo})$$

A soma dos 7 primeiros termos é igual à diferença (9º termo) − (2º termo). A soma dos 5 primeiros termos é igual à diferença (7º termo) − (2º termo).

Para calcularmos (já não tão rapidamente) a soma de todos os termos até o 9º termo, fazemos

$$11 \times (6^o \text{ termo}) + [(1^o \text{ termo}) - (2^o \text{ termo})].$$

No exemplo, essa soma dos nove primeiros termos será
$11 \times 41 + 7 - 4 = 451 + 3 = 454$

Para justificar este truque, de maneira mais geral, considere que a seqüência de números tem a forma: $a_1 = a$, $a_2 = b$, $a_3 = a + b$, $a_4 = a + 2b$, $a_5 = 2a + 3b$, etc., e você chegará facilmente aos resultados.

Em busca do dígito perdido

Vamos explicar o truque, sem demonstrar as justificativas aritméticas.

Um número é divisível por 9 se a soma de seus algarismos for divisível por 9. Quando o número não é divisível por nove, ele e a soma de seus algarismos deixam o mesmo resto quando divididos por 9.

Por exemplo, para saber qual é o resto da divisão de 45176 por 9, calculamos $4 + 5 + 1 + 7 + 6 = 23$. O resto da divisão de 23 por 9 é 5. Portanto o resto da divisão de 45176 por 9 também é 5.

Iteradamente, podemos ainda fazer:
$4 + 5 + 1 + 7 + 6 = 23$
$2 + 3 = 5$ (repetindo o procedimento de somar os algarismos),
e chegamos ao número 5, resto da divisão de 45176 por 9.

Como conseqüência dos fatos acima, a diferença entre um inteiro e a soma de seus algarismos é sempre divisível por 9, já que ambos deixam o mesmo resto na divisão por 9.

Como exemplo, a diferença $45176 - (4 + 5 + 1 + 7 + 6) = 45153$ é divisível por 9:
$45176 - (4 + 5 + 1 + 7 + 6)$
$= (4 \times 10000 + 5 \times 1000 + 1 \times 100 + 7 \times 10 + 6) - (4 + 5 + 1 + 7 + 6)$
$= 4 \times 9999 + 5 \times 999 + 1 \times 99 + 7 \times 9$

Agora, se calculamos a soma dos dígitos de um número inteiro divisível por 9 devemos obter um número divisível por 9. Se aplicarmos o procedimento, de calcular a soma dos dígitos de um inteiro, calcular novamente a soma dos dígitos do resultado, e repetir o cálculo da soma dos dígitos a cada novo resultado, a partir de um número divisível por 9, eventualmente chegaremos a um inteiro positivo, de um só dígito, divisível por 9, que só pode ser ... 9.

E quanto à explicação sobre a descoberta do dígito perdido?

Suponhamos que a pessoa, submetida ao truque do mágico, suprimiu o dígito 7 do número 45176, e que, com os algarismos restantes, formou o número 4561.

A diferença $4561 - (4 + 5 + 1 + 7 + 6) = 4561 - 23$, já não será divisível por 9, pois o dígito 7 foi descartado do primeiro número.

Agora, $4561 - 23 = 4538$ é um resultado informado ao mágico. O cálculo iterado da soma dos dígitos deste resultado informado dá

$4 + 5 + 3 + 8 = 29$
$2 + 9 = 11$
$1 + 1 = 2$

revelando ao mágico que não foi obtido um 9 ao final por falta de 7 unidades, informando-lhe este como dígito perdido.

Raiz quadrada instantânea

Para realizar o truque, é preciso ter à mão os quadrados dos dez primeiros inteiros positivos, que o mágico pode escrever em um quadro, a título de "revisão". sobre o conceito de quadrado. O efeito será mais impressionante se o mágico memorizar esta tabela de valores, o que é relativamente fácil.

$1^2 = 1$	$6^2 = 36$
$2^2 = 4$	$7^2 = 49$
$3^2 = 9$	$8^2 = 64$
$4^2 = 16$	$9^2 = 81$
$5^2 = 25$	$10^2 = 000$

Examinando esta tabela verificamos que os quadrados de 1 e 9 tem 1 como algarismo da unidade, os quadrados de 2 e 8 terminam em 4, os de 3 e 7 terminam em 9, os de 4 e 6 terminam em 6, apenas 5^2 termina em 5, e 10^2 termina em 0.

Agora, por exemplo, como $3^2 = 9$ e $7^2 = 49$, se um número de dois algarismos termina com o algarismo 3 ou 7, seu quadrado também termina com 9. Por exemplo, $13^2 = 169$, $17^2 = 289$, $23^2 = 529$, $27^2 = 729$, etc.

Digamos que a pessoa pensou no número 63. Ela calcula 63^2 e obtém 3969 e diz este número ao mágico. O mágico sabe então que o algarismo das unidades do número pensado é 3 ou 7. Inicialmente, o mágico ignora os dois últimos algarismos de 3969, ficando com 39. O mágico procura, na tabela de quadrados dos números de 1 a 10, o número mais próximo e menor que (ou igual a) 39. Neste caso, encontra 36, que é o quadrado de 6. Este 6 será o algarismo das dezenas do número pensado. O mágico sabe então que o número informado, 3969, é o quadrado de 63 ou de 67.

Para decidir qual dos dois é o número pensado, o mágico calcula mentalmente 65^2, que é 4225. Os quadrados de números terminados em 5 podem ser calculados facilmente. Para calcular 65^2, fazemos 6×7 (6 vezes seu sucessor, 7), obtendo 42, e então justapomos o final 25, formando o número 4225. Outro exemplo: $35^2 = 1225$, pois $3\times4 = 12$ e aí é só justapor o final 25 (o final justaposto será sempre 25).

O mágico nota então que 65^2, que é 4225, é maior que o quadrado informado, 3969. Portanto 3969 só pode ser o quadrado de 63, que é menor que 65.

Justificativa para a determinação do algarismo das dezenas. Como $6^2 = 36$, e $7^2 = 49$, teremos $60^2 = 3600$, e $70^2 = 4900$. Como $60^2 < 3969 < 70^2$, o número do qual 3969 é quadrado tem que estar entre 60 e 70, restando então decidir se é 63 ou 69.

Adivinhação egípcia

Suponhamos que o número pensado pelo voluntário é 52. Nas sucessivas etapas de procedimentos aritméticos, temos a pessoa efetuando as seguintes contas, enquanto simultaneamente o mágico vai fazendo as seguintes anotações:

número que a pessoa pensou, e resultados das sucessivas divisões por 2	anotações do mágico (cada número ímpar informado pela pessoa corresponde a um ✓.
52 (número pensado)	1
26	2
13	4 ✓
6	8
3	16 ✓
1	32 ✓

O mágico anota, como descrito acima à direita, nos sucessivos estágios da brincadeira, as potências sucessivas de 2 iniciando em $2^0 = 1$. Em seguida, o mágico soma as potências de 2 correspondentes às marcas ✓,

$$4 + 16 + 32 = 52$$

e resgata o número que foi pensado!

Os passos do procedimento descrito sempre permitem ao mágico a composição do número pensado como soma de potências de 2.

A chave deste truque está no algoritmo aritmético para o cálculo da representação binária de um número a partir de sua representação no sistema decimal.

O título do truque é inspirado pelo algoritmo de multiplicação dos antigos egípcios, que recorria à decomposição de um número como soma de potências de 2.

Seu quadrado 4×4 favorito

A soma dos quatro números escolhidos no bloco (matriz) 4×4 será a soma dos números que aparecem na diagonal principal, diagonal que vai da primeira à última data dentro do bloco. No exemplo considerado, a soma será 2 + 10 + 18 + 26 = 56. Para calcular esta soma rapidamente, o mágico calcula 2 + 26 = 28 (soma do primeiro e último números do bloco), e multiplica esta soma por 2.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

Como justificativa, note que a soma dos quatro números escolhidos será a soma dos números da primeira coluna, que no exemplo são 2, 9, 16 e 23, acrescida de 6, correspondente a deslocamentos para a direita de 0, 1, 2 e 3 unidades, ocorridos quando são escolhidos os números das primeira, segunda, terceira e quarta colunas.

Por exemplo, se foram escolhidos os números 4, 9, 17 e 26, a soma destes será 4 + 9 +17 +26, que é (2 + 2) + (9 + 0)+ (16 + 1) + (23 + 3), ou seja, (2 + 9 + 16 + 23) + (1 + 2 + 3) = (2 + 9 + 16 + 23) + 6. Uma tal soma é também a soma dos elementos da diagonal principal, 2 + 10 + 18 + 26, que é 2 + (9 + 1) + (16 + 2) + (23 + 3).

Uma predição aritmética insistente

Os cartões devem ser preparados seguindo a seguinte seqüência de números, cores e figuras. Os números são escritos em uma face (numerais grandes) e a cor e a figura aparecem na face oposta.

8 vermelho △	1 azul △	6 verde △
3 vermelho □	5 azul □	7 verde □
4 vermelho ○	9 azul ○	2 verde ○

O truque funciona automaticamente, porque a disposição inicial dos números obedece a um quadrado mágico em que a soma dos elementos, em qualquer linha e em qualquer coluna, é igual a 15.

Predição aritmética inacreditável

O mágico toma o cuidado de anotar em separado os três números, no momento em que diz que vai fazer a previsão. Para impressionar a audiência, pode anotar os três números trocando as duas primeiras colunas de seus dígitos. Por exemplo, se os números ditados (e anotados no papel, em tamanho grande) foram

2	5	8
6	7	4
7	3	2

o mágico anota separadamente, em uma folha de papel, os números

5 2 8
7 6 4
3 7 2

e então calcula a soma destes, 1664. Este será o número anotado para a predição.

Após recortar os pedaços, tê-los embaralhados e coletá-los de volta, o mágico toma o cuidado de observar quais pedaços são da coluna à esquerda, quais são do centro, e quais são da coluna à direita, simplesmente observando detalhes das bordas dos pedaços de papel.
Consideremos, por exemplo, os três pedaços retangulares com os algarismos do número 258, escrito inicialmente na primeira linha

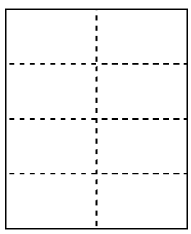
2 5 8

O pedaço com o algarismo 2 é bem recortado à esquerda (recorte original da folha A4) mas mal recortado à direita (recorte feito à mão, a partir de dobradura feita no papel). O pedaço com o 5 é mal recortado à esquerda e à direita. Já o pedaço com o 8 é mal recortado à esquerda, mas com um recorte perfeito à direita. Esses detalhes permitem identificar facilmente quais pedaços contém algarismos de centenas dos números ditados (dígitos à esquerda), de dezenas (dígitos no centro) e de unidades (dígitos à direita).

Ao distribuir os 9 algarismos (pedaços do papel), o mágico toma o cuidado de repassar a cada uma das três pessoas escolhidas os números de uma mesma coluna. No nosso exemplo, ele repassa a uma pessoa os pedaços com 5, 7 e 3 (dígitos da coluna central da folha). A uma segunda pessoa repassa 2, 6, 7 (dígitos da primeira coluna), e à terceira pessoa repassa 8, 4, e 2 (dígitos da terceira coluna). Agora é só chamá-las em seqüência para compor novos números, que terão a soma "prevista" pelo mágico, porque poderá haver troca de lugar apenas entre algarismos de uma mesma posição decimal: na composição dos três novos números, isto é, serão permutados entre si os algarismos de cada uma das colunas, mas nunca algarismos de duas colunas diferentes.

Diferenças sutis entre eles e elas

Ao dobrar a folha de papel A4 em oito partes, tal como indicado na ilustração, o mágico faz vincos de modo a poder recortá-la sem o uso de tesoura.



Ao distribuir os pedaços de papel, toma o cuidado de distribuir os quatro pedaços dos cantos da folha a pessoas de um sexo, por exemplo, mulheres, e os demais pedaços, do centro da folha, aos homens.

Quando coleta os pedaços, pode observar quais pedaços tem duas arestas perfeitamente recortadas, que são os pedaços dos cantos e quais pedaços tem somente uma aresta perfeitamente recortada, que são os pedaços do meio.

O dia da semana em que você nasceu

Para pessoas nascidas no século 20 (os adultos e adolescentes dos nossos dias), o procedimento de cálculo do dia da semana do nascimento é o seguinte. O ano em que a pessoa nasceu tem a forma 19xy, sendo x o dígito das dezenas e y o dígito das unidades. Suponhamos que a pessoa nasceu no dia d do mês m, do ano 19xy (a data tem a forma d / m / 19xy). Vamos representar por xy, o número correspondente às dezenas e unidades do ano em questão, ou seja xy quer dizer 10x + y, ou ainda, 19xy – 1900.

Para calcular o dia da semana da data informada, o mágico calcula mentalmente o número

$$s = [xy / 4] + xy + d + m^*,$$

descartando todos os múltiplos de sete contidos no número. Ou seja, ele calcula o resto da divisão de [xy / 4] + xy + d + m* por 7. O significado de m* será explicado adiante.

Neste cálculo, [xy / 4] significa o quociente da divisão de xy por 4, ou seja, a parte inteira da fração xy / 4.

O número m* é obtido de m por uma tabela de conversões, mostrada abaixo.

Nos anos bissextos, e somente nestes, para o mês de janeiro devemos tomar m* = 0, e para o mês de fevereiro, m* = 3.

São anos bissextos os anos em que xy é múltiplo de 4. Mas não são bissextos os anos múltiplos de 100, exceto os que são também múltiplos de 400. Por exemplo, 1984 e 1996 são bissextos, 1900 não é, mas 2000 é.

mês	m	m*
janeiro	1	1
fevereiro	2	4
março	3	4
abril	4	0
maio	5	2
junho	6	5
julho	7	0
agosto	8	3
setembro	9	6
outubro	10	1
novembro	11	4
dezembro	12	6

Por exemplo, se a pessoa nasceu em 14 de abril de 1982, o mágico calcula [82 / 4] = 80 / 4 = 20, e então

20 + 82 + 14 + 0 (0 é a chave do mês de abril),

o cálculo podendo ser feito menosprezando os múltiplos de 7. Passo a passo, tomando-se inicialmente 20, "setes fora", obtemos 6. Considerando agora 82, "setes fora" obtemos 5. Já 14, "setes fora", torna-se 0. Ficamos então com 6 + 5 = 11, e "setes fora" obtemos 4.

Conclusão: o dia da semana é uma quarta-feira.

A conversão do resultado final é simples: 1 = "primeira-feira" = domingo, 2 = segunda-feira, 3 = terça-feira, 4 = quarta-feira, 5 = quinta-feira, 6 = sexta-feira, 7 ("setes fora" = 0) é sábado.

Para datas de 2000 em diante, ainda subtraímos 1 ao final. Para datas nos anos 18xy, acrescentamos 2 ao final.

Um procedimento de memorização pode ser criado para a tabela acima. Uma procedimento usado pelos autores é o seguinte. Janeiro é o mês número 1. Fevereiro tem 4 dias de carnaval. Em março temos o fechamento de 1/4 do ano. Em abril temos o dia da mentira, que merece nota 0. No mês de maio temos o dia das mães no 2º domingo. Em junho temos a festa de São Pedro (Pedro tem 5 letras). Em julho zeramos o calendário escolar. Três coisas a evitar: sexta-feira, 13, de agosto. No dia 6 de setembro já começamos a espreguiçar (e é o aniversário de casamento do autor). Em outubro, quando há 1º turno de eleições, é no dia 1. Em 4 de novembro, é feriado em São Carlos (aniversário da cidade). Invente uma para o mês de dezembro.

A aritmética deste truque é fundamentada no fato de que ao passar de um ano ao seguinte, em relação aos dias da semana, o dia 1º de janeiro move-se para frente em um dia, exceto ao passar por um ano bissexto, quando mover-se para frente dois dias. Anos comuns tem 52 semanas e 1 dia. Anos bissextos tem 52 semanas e 2 dias.

Amarelo, azul ou rosa

Para realizar a mágica, inicialmente o mágico associa cada objeto a uma das três cores do título do truque. No nosso exemplo, pode associar o relógio feminino à cor rosa, a caneta à cor azul e o chaveiro à cor amarela. Para facilitar, ao realizar a mágica, pode escolher um objeto feminino, um masculino e um objeto de uso comum, associando-os (mentalmente) às cores rosa, azul e amarelo, respectivamente.

O número de fichas (ou palitos) a serem deixados sobre a mesa é exatamente 17. Assim, o mágico deve trazer um kit de 24 fichas, sendo 17 para a mesa e 7 para os três participantes voluntários.

Ao instruir os voluntários A, B e C a pegarem fichas na mesa, de acordo com o objeto escolhido por cada uma, o mágico estará, na prática, dando as seguintes instruções:

- Para a pessoa A (que está com uma ficha):
  se você pegou o objeto da cor amarela, pegue uma ficha;
  se você pegou o objeto da cor azul, pegue duas fichas;
  se você pegou o objeto da cor rosa, pegue 3 fichas;
- Para a pessoa B (que está com duas fichas):
  se você pegou o objeto da cor amarela, pegue duas fichas;
  se você pegou o objeto da cor azul, pegue 4 fichas;
  se você pegou o objeto da cor rosa, pegue 6 fichas;
- Para a pessoa C (que está com quatro fichas):
  se você pegou o objeto da cor amarela, pegue 4 fichas;
  se você pegou o objeto da cor azul, pegue 8 fichas;
  se você pegou o objeto da cor rosa, pegue 12 fichas.

Dependendo do número de fichas restantes na mesa, o mágico saberá a ordem de cores correspondentes aos voluntários A, B, e C.

A tabela abaixo lista as diferentes possibilidades. Para cada uma das seis possibilidades de escolha dos objetos, a tabela nos dá o número de fichas coletadas por cada um dos voluntários, o total de fichas coletadas e o número de fichas deixadas sobre mesa.

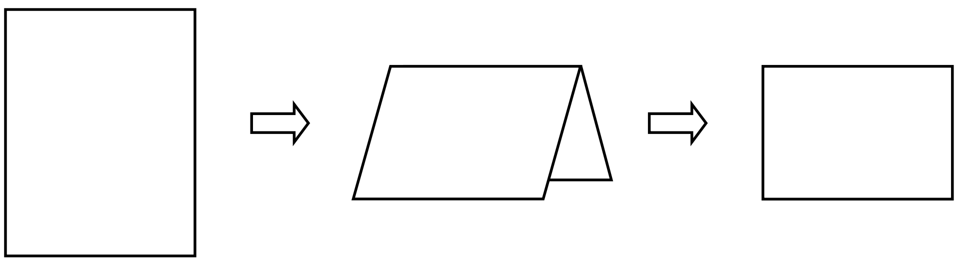
	cores e fichas, coletadas na mesa, dos três voluntários				
	A	B	C	total de fichas coletadas	fichas restantes
1	amarelo: 1	azul: 4	rosa: 12	17	0
2	azul: 2	amarelo: 2	rosa: 12	16	1
3	amarelo: 1	rosa: 6	azul: 8	15	2
4	rosa: 3	amarelo: 2	azul: 8	13	4
5	azul: 2	rosa: 6	amarelo: 4	12	5
6	rosa: 3	azul: 4	amarelo: 4	11	6

Ao olhar, de relance, o número de fichas deixadas sobre a mesa, o mágico poderá determinar a ordem dos objetos escolhidos pelos três voluntários. Uma regra de memorização que pode ser aplicada, embora seja um pouco desajeitada, é descrita na tabela abaixo. A regra determina, ordenadamente, os dois primeiros objetos (escolhidos por A e B), em função do total de fichas deixadas sobre a mesa.

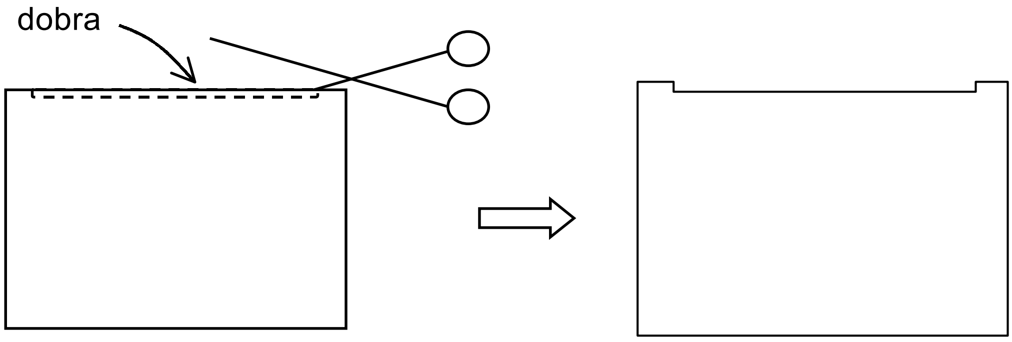
fichas deixadas na mesa	1^a associação mental	2^a associação mental	conclusão (duas 1^{as} cores)
0	formato da terra: O	MAR AZUL	amarelo-azul
1	UMA	AZUL-AMARELO	azul-amarelo
2	A.R. (abreviação postal, com duas letras)	AMARELO-ROSA	amarelo-rosa
4	ROMA (palavra de quatro letras)	ROSA-AMARELO	rosa-amarelo
5	ZURRO (palavra de cinco letras)	AZUL-ROSA	azul-rosa
6	a última possibilidade	UMA ROSA AZUL!	rosa-azul

Passando você pelo buraco do papel

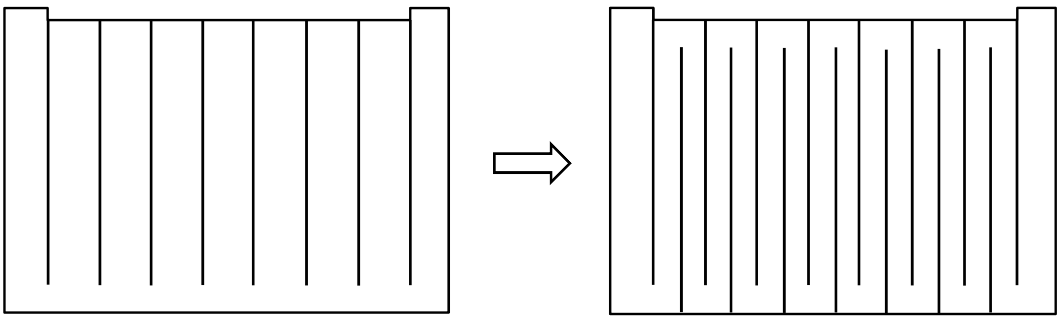
O papel usado pode ser de uma folha sulfite ou um pouco menor. Para recortar o buraco, o mágico inicialmente dobra a folha ao meio.



Em seguida, a partir de aproximadamente 1cm da borda direita, faz um recorte bem rente à dobra do papel, até quase ao final da borda esquerda, deixando também 1cm de margem sem recortar. fazendo no centro do papel sulfite uma abertura longa e estreita, de fora a fora.



Em seguida, o mágico procede a fazer recortes na folha dobrada, com a tesoura, em linhas retas, conforme indicado na seqüência de duas ilustrações abaixo. Depois é só abrir a folha cuidadosamente e um grande buraco surgirá.



O objeto do seu pensamento

O mágico nota a posição inicial de um dos objetos, digamos a caneta. Suponhamos que inicialmente a caneta encontra-se na posição de número 1.

Quando o voluntário começa a trocar os objetos de lugar, dois de cada vez, o mágico começa a trilhar as várias posições ocupadas pela caneta, usando seu polegar direito e os dedos indicador, médio e anular da mão direita. Inicialmente o mágico coloca seu polegar tocando o dedo indicador (posição 1). Se por exemplo o voluntário começa dizendo "1 e 3", o mágico passa seu polegar para a posição 3, tocando agora o dedo anular. Com o movimento "1 e 3", a caneta saiu da posição 1 e foi para a posição 3. Se em seguida, o voluntário diz "2 e 3", a caneta passa da posição 3 para a posição 2. O mágico, ao ouvir "2 e 3", move seu polegar da posição 3 (dedo anular) para a posição 2 (dedo médio). Agora, se o mágico tem seu polegar tocando o dedo médio (posição 2) e ouve "1 e 3", ele não move seu polegar, visto que o objeto da posição 2 permaneceu fixo em seu lugar. Assim procedendo, o mágico rastreia a posição da caneta (inicialmente na posição 1), até que o voluntário pare de trocar objetos de lugar.

Terminada essa primeira etapa de permutações, o mágico pede ao voluntário que escolha secretamente um dos objetos, e que, em silêncio, troque as posições dos outros dois objetos. Nessa etapa, o mágico mantém seu dedo polegar no lugar em que estava ao final da primeira etapa de permutações.

Na segunda seqüência de permutações, o mágico continua rastreando seu objeto, a caneta, pelas posições do seu dedo polegar, como se nada tivesse acontecido.

Ao final da segunda etapa de permutações, o mágico descobre o objeto escolhido pelo voluntário por um procedimento dedutivo.

Suponhamos que, concluídas as permutações, o polegar do mágico esteja em contato com o dedo médio, isto é, na posição 2. Ele dirige-se para a mesa e observa qual objeto está na posição 2. Se a caneta estiver ali, ele saberá que ela foi o objeto escolhido pelo voluntário, pois não teve sua posição alterada pela permutação secreta de dois dos objetos, feita ao meio do procedimento de permutações. Se o objeto da posição 2 for outro, digamos a calculadora, o mágico saberá que, na permutação secreta, a caneta saiu de seu lugar, dando lugar à calculadora (que agora ocupa a posição que seria da caneta), e concluirá que o objeto escolhido pelo voluntário é portanto o terceiro objeto, o relógio.

Bibliografia utilizada

1. Benjamin, A., Shermer, M.B., *Mathemagics: how to look like a genius without really trying.* Lowell House, L.A., 1993.
2. Fulves, Karl. *Self-Working Number Magic. 101 Fullproof Tricks.* Dover Publications, Inc., N.Y. 1983.
3. Gardner, M. *Mathematics, Magic and Mistery.* Dover Publications, Inc., N.Y., 1956.
4. Simon, W. *Mathematical Magic*. Dover Publications, Inc., N.Y. 1993.